جامعة الزقازيق كلية الهندسة		قسم الفيزياء والرياضيات الهندسية الفرقة:ألأعدادية

أسم المقرر : رياضيات(1-a)　　كود المقرر : EMP 002　　الفصل الدراسى : الأول

أستاذ المادة :أد/ محمد سعد متبولى　　التاريخ : 12 -11-2016　　الزمن : 60 دقيقة

لجنة وضع وتصحيح الامتحان: ا.د/محمد سعد متبولى & د/ أحمد عبد الحليم & د/ عماد عبدالحفيظ & د/ علا رجب عبده

اسم الطالب:	الفصل:	رقم المقعد:

2.5 Ms.

Find inverse of $f(x) = \frac{1}{x+4}$. Sketch both of $f(x)$ *and* $f^{-1}(x)$ on the same graph. Check your results.

$y = \frac{1}{x+4}$

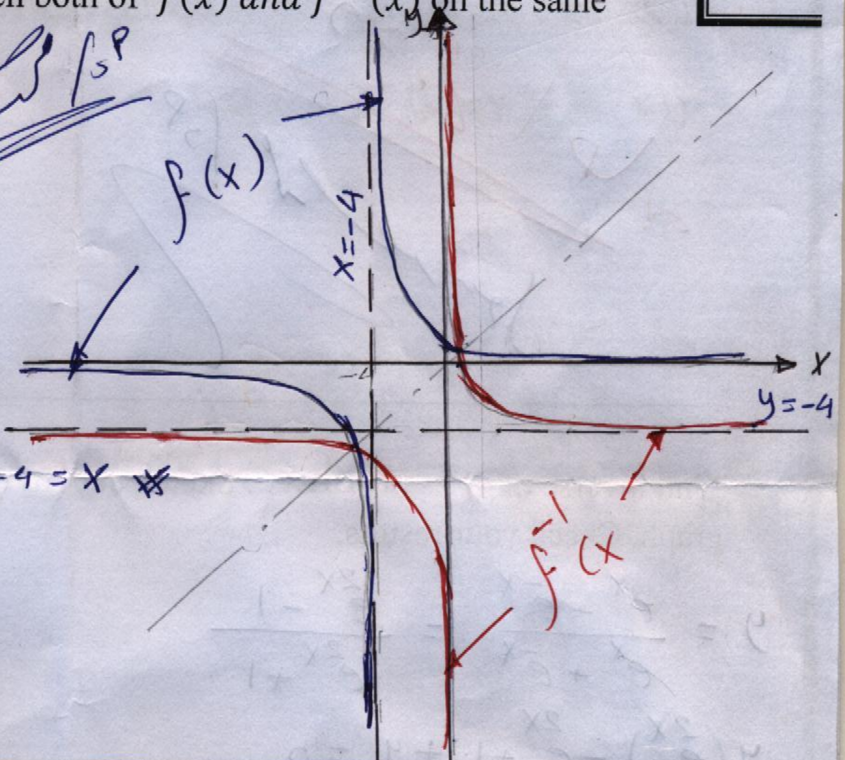
$\Rightarrow x+4 = \frac{1}{y} \Rightarrow x = \frac{1}{y} - 4$

$\Rightarrow \boxed{f^{-1}(x) = \frac{1}{x} - 4}$

check $f^{-1}(f(x)) = \frac{1}{\frac{1}{x+4}} - 4 = x+4-4 = x$

$D_f = (-\infty, -4) \cup (-4, \infty) = R_{f^{-1}}$

$R_f = R - \{0\} = D_{f^{-1}}$

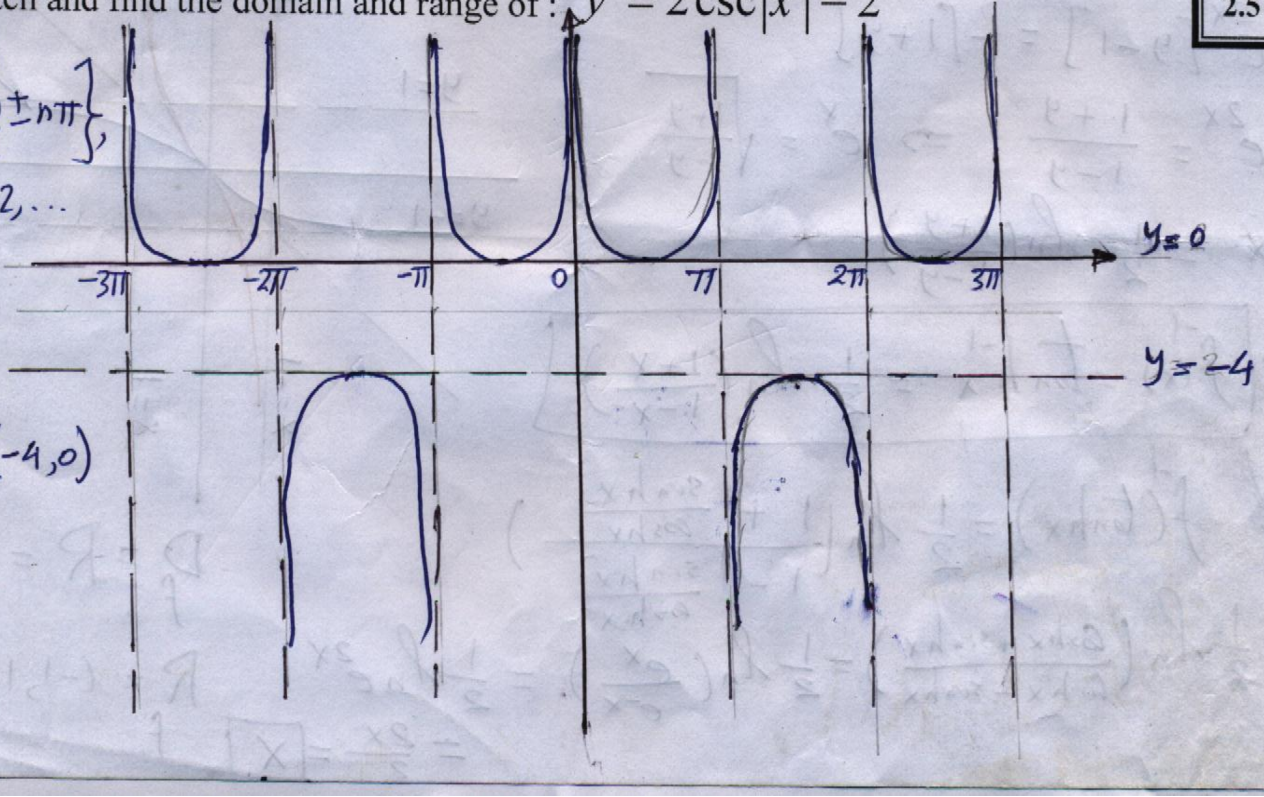


2.5 Ms.

Sketch and find the domain and range of : $y = 2\csc|x| - 2$

$D_f : R - \{\pm n\pi\}$, $n = 0, 1, 2, \ldots$

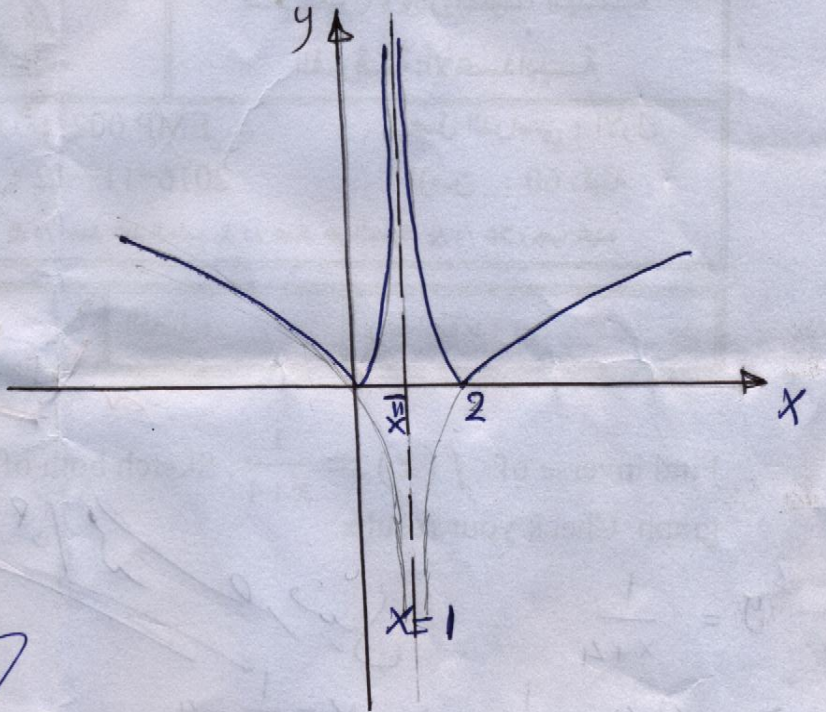
$R_f : R - (-4, 0)$



Sketch and find the domain and range of : $y = \left|\ln|x-1|\right|$ **2.5 Ms**

$D_f : \mathbb{R} - \{1\}$

$R_f : [0, \infty)$



Find inverse of $y = \tanh x$. Sketch both of $f(x)$ *and* $f^{-1}(x)$ on the same graph. Check your results. **2.5 Ms.**

$$y = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1}$$

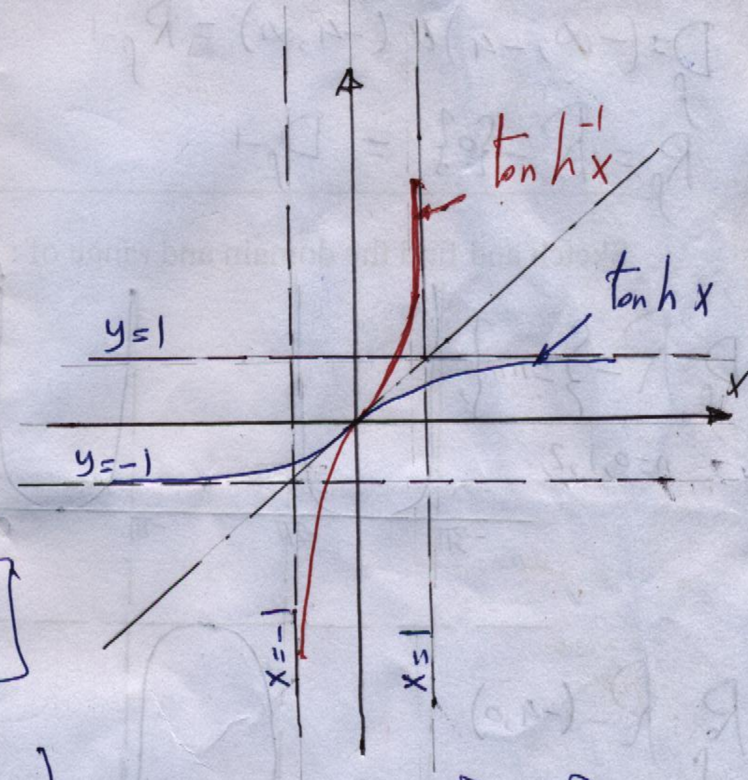
$$y(e^{2x}) - e^{2x} + 1 + y = 0$$

$$e^{2x}[y-1] = -[1+y]$$

$$e^{2x} = \frac{1+y}{1-y} \Rightarrow e^x = \sqrt{\frac{1+y}{1-y}}$$

$$x = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+y}{1-y}\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{f^{-1}(x) = \tanh^{-1} x = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)}$$



check $f^{-1}(\tanh x) = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1 + \frac{\sinh x}{\cosh x}}{1 - \frac{\sinh x}{\cosh x}}\right)$

$= \frac{1}{2}\ln\left(\frac{\cosh x + \sinh x}{\cosh x - \sinh x}\right) = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{e^x}{e^{-x}}\right) = \frac{1}{2}\ln e^{2x}$

$= \frac{2x}{2} = \boxed{x}$

$D_f = \mathbb{R} = R_{f^{-1}}$

$R_f = (-1, 1) = D_{f^{-1}}$

قسم الفيزياء والرياضيات الهندسية الفـرقـــة:ألأعـــداديــــة		جامـــعة الزقــازيــق كليـــة الهندســــــــة

الفصل الدراسى : الأول	كود المقرر : EMP 002	أسم المقرر : رياضيات(١-a)
الزمـن : ٦٠ دقيقة	التاريخ : ١٢ –١١–٢٠١٦	أستاذ المادة :أد/ محمد سعد متبولى

لجنة وضع وتصحيح الامتحان: ا.د/محمد سعد متبولى & د/ أحمد عبد الحليم & د/ عماد عبدالحفيظ & د/ علا رجب عبده

رقم المقعد:	الفصل:	اسم الطالب:

1- Use the mathematical induction to prove that, **2 Ms.**

$$2+6+10+\ \ldots\ +4n-2=2n^2$$

Proof:

<u>For n=1</u>

L.H.S. =2 , R.H.S.=$2(1)^2=2$

True for n=1

<u>For n=K</u>

Let it is true

$$2+6+10+\ \ldots\ +4k-2=2k^2$$

<u>For n=K+1</u>

$$\begin{aligned}2+6+10+\ \ldots\ +(4k-2)+(4k+2)&=2k^2+(4k+2)\\&=2(k^2+2k+1)\\&=2\,(k+1)^2\end{aligned}$$

True for n=k+1

True for all n

$2-$ Find the partial fractions of: $\frac{2x^2+7x+9}{x^2+2x+1}$. **2 Ms.**

Solution

$$\begin{array}{r|l} & \quad 2 \\ \hline x^2+2x+1 & 2x^2+7x+9 \\ & 2x^2+4x+2 \\ \hline & \qquad 3x+7 \end{array}$$

$$\frac{2x^2+7x+9}{x^2+2x+1}=2+\frac{3x+7}{x^2+2x+1}$$

$$\frac{3x+7}{x^2+2x+1}=\frac{3x+7}{(x+1)^2}=\frac{A}{x+1}+\frac{B}{(x+1)^2}$$

$$3x+7=A(x+1)+B$$

$Put\ x=-1 \implies$ B = 4

$Put\ x=0 \implies$ A=3

Then $\frac{2x^2+7x+9}{x^2+2x+1}=2+\frac{3}{x+1}+\frac{4}{(x+1)^2}$

3- Discuss the nature of the roots of: $x^4 - 2x^2 + x^3 - 2x + 10 = 0$ **2 Ms.**

Solution:

Rearrange $x^4 + x^3 - 2x^2 - 2x + 10 = 0$

Number of +ve roots: 2 or zero

$p_4(-x) = x^4 - x^3 - 2x^2 + 2x + 10$

Number of -ve roots: 2 or zero

+ve roots	+ve roots	Complex roots
2	2	0
2	0	2
0	2	2
0	0	4

4- Find the value of k such that the roots of the equation $x^3 - 9x^2 + kx - 24 = 0$ are in arithmetic progression. **2 Ms.**

Solution:

Let the roots be: $a - r,\ a\ ,\ a + r$

مجموع الجذور

$$a - r + a + a + r = 9 \implies a = 3$$

roots are: $3 - r,\ 3\ ,\ 3 + r$

حاصل ضرب الجذور

$$(3 - r)\,(3)\,(3 + r) = 24 \implies 9 - r^2 = 8 \implies r = \pm 1$$

(r=1) roots are: 2, 3 , 4

(r=-1) roots are: 4, 3 , 2

مجموع حاصل ضربهم مثنى مثنى

$$(2)(3) + (2)(4) + (3)(4) = k \implies k = 26$$

او التعويض بالجذر ۳ فى المعادلة لايجاد K

5- Use synthetic division to divide $2x^4 - 5x^3 - 8x^2 + 17x - 6 = 0$ by $\left(x - \frac{1}{2}\right)$. **2 Ms.**

Then find the roots of , $2x^4 - 5x^3 - 8x^2 + 17x - 6 = 0$

Solution:

$\frac{1}{2}$	٢	-5	-8	17	-6
		1	-2	-5	6
	2	-4	-10	12	0

$$\frac{2x^4 - 5x^3 - 8x^2 + 17x - 6}{x - \frac{1}{2}} = 2x^3 - 4x^2 - 10x + 12$$

$\frac{1}{2}$ *is a root*

-2	٢	-4	-10	12
		-4	16	-12
	2	-8	6	0

-2 is aroot

$2x^2 - 8x - 6 = 0 \ \rightarrow\ x^2 - 4x - 3 = 0 \ \rightarrow\ (x - 3)(x - 1) = 0\ ,\quad x = 3,\quad x = 1$

$$\textit{Roots are } \frac{1}{2}\ , -2\ ,\ 3\ , 1$$