

قسم الفيزياء والرياضيات الهندسية  
الفرقة: الأعدادية



جامعة الزقازيق  
كلية الهندسة

الفصل الدراسي : الثاني

كود المقرر : EMP 002

أسم المقرر : رياضيات (1-B)

الزمن : 75 دقيقة

التاريخ : 1-4-2017

أستاذ المادة : أ.د/ محمد سعد متبولي

لجنة وضع وتصحيح الامتحان: ا.د/محمد سعد متبولي & د/ سامية عبدالحفيظ & د/ أحمد عبد الحليم & د/ عماد عبدالحفيظ & د/ علا رجب عبد

رقم المقعد:

الفصل:

اسم الطالب:

Evaluate  $\int \frac{\sec x \tan x}{\sqrt{4-4\sec x+\sec^2 x}} dx$

2 Ms

Evaluate  $\int \csc^5 x \cot x dx$

2 Ms

$$I = \int \frac{\sec x \tan x}{\sqrt{(\sec x - 2)^2}} dx$$

$$= \int \frac{\sec x \tan x}{\sec x - 2} dx$$

$$= \ln(\sec x - 2) + C$$

$$I = \int \frac{\cos x}{\sin^6 x} dx \xrightarrow{u=\sin x} \int u^{-6} dx$$

$$= \frac{-1}{5u^{-5}} + C = \frac{-\csc^5 x}{5} + C$$

مرجاء به الجواب  
د.د/ م.ع.ع

Evaluate  $\int \frac{\sqrt{1+\sqrt[3]{x}}}{x} dx \xrightarrow[x=6t^5 dt]{x=t^6} 6 \int \frac{\sqrt{1+t^2}}{t} dt$

2 Ms

$$= 6 \int \frac{\sqrt{1+t^2}}{t} \frac{\sqrt{1+t^2}}{\sqrt{1+t^2}} dt = 6 \int \frac{1}{t\sqrt{1+t^2}} dt + 6 \int \frac{t}{\sqrt{1+t^2}} dt$$

$$= -6 \operatorname{csch}^{-1} t + 6\sqrt{1+t^2} + C = -6 \operatorname{csch}^{-1} \sqrt[3]{x} + 6\sqrt{1+\sqrt[3]{x}} + C$$

Evaluate  $\int \frac{\sec x}{2\sec x + 1} dx$

2 Ms

$$\int \frac{\sec x}{2\sec x + 1} dx = \int \frac{1}{2 + \cos x} dx$$

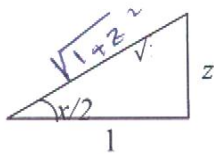
let  $z = \tan \frac{x}{2}$

$$\Rightarrow dx = \frac{2dz}{1+z^2}, \quad \cos x = \frac{1-z^2}{1+z^2}$$

$$\text{Then } \int \frac{1}{2+\cos x} dx = \int \frac{\frac{2dz}{1+z^2}}{2+\frac{1-z^2}{1+z^2}}$$

$$= \int \frac{2dz}{z^2 + (\sqrt{3})^2}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{3}} \tan^{-1} \left( \frac{\tan \left( \frac{x}{2} \right)}{\sqrt{3}} \right) + C$$



Evaluate  $\int_0^{\ln 5} \frac{e^x \sqrt{e^x - 1}}{3 + e^x} dx$

2 Ms

let  $u^2 = e^x - 1 \Rightarrow 2udu = e^x dx$

and  $\begin{cases} x = \ln 5 & \rightarrow u = 2 \\ x = 0 & \rightarrow u = 0 \end{cases}$

Then

$$\int_0^{\ln 5} \frac{e^x \sqrt{e^x - 1}}{3 + e^x} dx = 2 \int_0^2 \frac{u^2 + 4 - 4}{4 + u^2} du$$

$$= 2 \int_0^2 \frac{u^2 + 4 - 4}{4 + u^2} du =$$

$$2 \left[ u - \frac{4}{2} \tan^{-1} \left( \frac{u}{2} \right) \right]_0^2 = 2 \left( 2 - \frac{\pi}{2} \right)$$

Integrating by parts, evaluate  $\int \sqrt{9 - x^2} dx$

$$u = \sqrt{9 - x^2} \quad dv = dx$$

$$du = \frac{-x dx}{\sqrt{9 - x^2}} \quad v = x$$

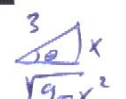
$$I = \int \sqrt{9 - x^2} dx = x\sqrt{9 - x^2} - \int \frac{(9 - x^2) \cdot 9}{\sqrt{9 - x^2}} dx$$

$$I = x\sqrt{9 - x^2} - I + 9 \sin^{-1} \left( \frac{x}{3} \right) + K$$

Then

$$I = \int \sqrt{9 - x^2} dx = \frac{x}{2} \sqrt{9 - x^2} + \frac{9}{2} \sin^{-1} \left( \frac{x}{3} \right) + C + \frac{x}{2} \sqrt{9 - x^2} + C$$

2 Ms

$x = 3 \sin \theta$  

$dx = 3 \cos \theta d\theta$

$I = \int 9 \cos^2 \theta d\theta$

$= \frac{9}{2} \int (1 + \cos 2\theta) d\theta$

$= \frac{9}{2} \left[ \theta + \frac{1}{2} \sin 2\theta \right]_0^{\theta}$

$= \frac{9}{2} \sin^{-1} \left( \frac{x}{3} \right)$

$+ \frac{x}{2} \sqrt{9 - x^2} + C$

قسم الفيزياء والرياضيات الهندسية الفرقة: الأعدادية		جامعة الزقازيق كلية الهندسة
الفصل الدراسي : الثاني الزمن : 75 دقيقة	كود المقرر : EMP 002 التاريخ : 1-4-2017	اسم المقرر : رياضيات (1-B) أستاذ المادة : أ/د/ محمد سعد متبولي لجنة وضع وتصحيح الامتحان : ا/د/ محمد سعد متبولي & د/ سامية عبد الحفيظ & د/ د/ أحمد عبد الحليم & د/ عماد عبد الحفيظ & د/ علا رجب عبده

اسم الطالب:	الفصل:	رقم المقعد:
-------------	--------	-------------

**Question 1**    3 Ms

The two lines  $y = x + 25$ ,  $y = \frac{3}{4}x + 15\sqrt{2}$  are tangents to an ellipse.  
b) Find the equation of that ellipse. b) Sketch the ellipse showing vertices and foci..

Answer:

$$k^2 = m^2 a^2 + b^2$$

$$625 = a^2 + b^2 \rightarrow (1)$$

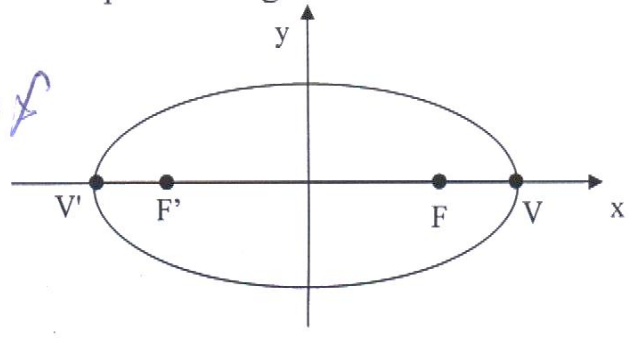
$$450 = \frac{9}{16} a^2 + b^2 \rightarrow (2)$$

subtracting  $\frac{x^2}{400} + \frac{y^2}{225} = 1$

$$c^2 = a^2 - b^2 = 175$$

$$c = 5\sqrt{7}$$

*Handwritten note:*  $c^2 = a^2 - b^2$



Vertices  $(\pm 20, 0)$ , Foci  $(\pm 5\sqrt{7}, 0)$

**Question 2**    1.5 Ms

The face of a tunnel is shown in figure with Parabola above. A truck 4 m wide and 7 m tall tries to pass the tunnel. Will it pass?

Answer:

Equation of parabola

$$x^2 = -4p(y - 3)$$

point  $(6, -3) \in$  parabola

$$36 = -4p(-3) \Rightarrow p = 3$$

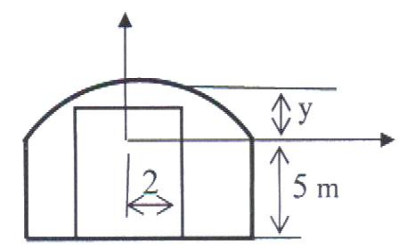
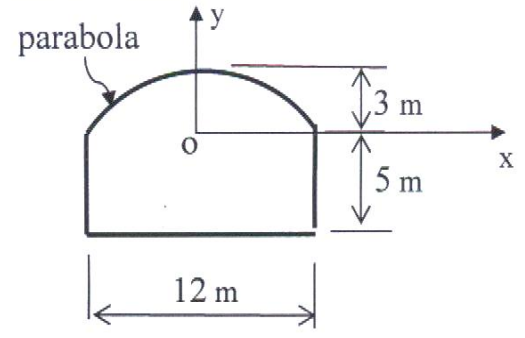
Then  $x^2 = -12(y - 3)$

For the truck

Put  $x = 2$

$$4 = -12(y - 3) \Rightarrow y = 2.67$$

Total high of the tunnel at this point  $= 5 + 2.67 = 7.67 > 7$   
It will pass



**Question 3** 1.5 Ms

Find equation of hyperbola with foci  $F(7,3)$ ,  $F'(1,3)$  and vertices  $V(6,3)$ ,  $V'(2,3)$

Answer:

$$\text{Center of hyperbola: point } \left(\frac{2+6}{2}, 3\right) = (4,3)$$

$$a=6-4=2, \quad c=7-4=3$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$9 = 4 + b^2 \Rightarrow b^2 = 5$$

$$\text{equation of hyperbola } \frac{(x-4)^2}{4} - \frac{(y-3)^2}{5} = 1$$

**Question 4** 2 Ms

Show that the following two lines intersected. Then find point of intersection

$$\frac{x-1}{-6} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{-2}, \quad \frac{x-2}{2} = y-6 = z-2$$

Answer:

$$\vec{s}_1 = -6\vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$$

$$\vec{s}_2 = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$$

$$A(1,3,1), C(2,6,2)$$

$$\vec{AC} = \vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$$

$$\begin{vmatrix} -6 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \text{intersected}$$

Line 1: parametric equations:

$$x=1-6t$$

$$y=3+2t$$

$$z=1-2t$$

Substitute in line 2

$$\frac{1-6t-2}{2} = 3 + 2t - 6$$

$$t=0.5$$

$$\text{Line 1: } x=-2, y=4, z=0$$

point of intersection  $(-2,4,0)$

**Question 5** 2 Ms

Find equation of a line passes through point  $M(1,2,3)$  and perpendicular to the plane  $x + 3y - 6z - 8 = 0$

Answer:

$$\vec{S}_{line} = \vec{N}_{plane} = 1\vec{i} + 3\vec{j} - 6\vec{k}$$

Equation of line

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-6}$$

$$\text{Or } x = 1 + t, \quad y = 2 + 3t, \quad z = 3 - 6t$$